Анализ и оптимизация на софтуерни приложения

Александър Пенев

Васил Василев

Слоеве при транслация

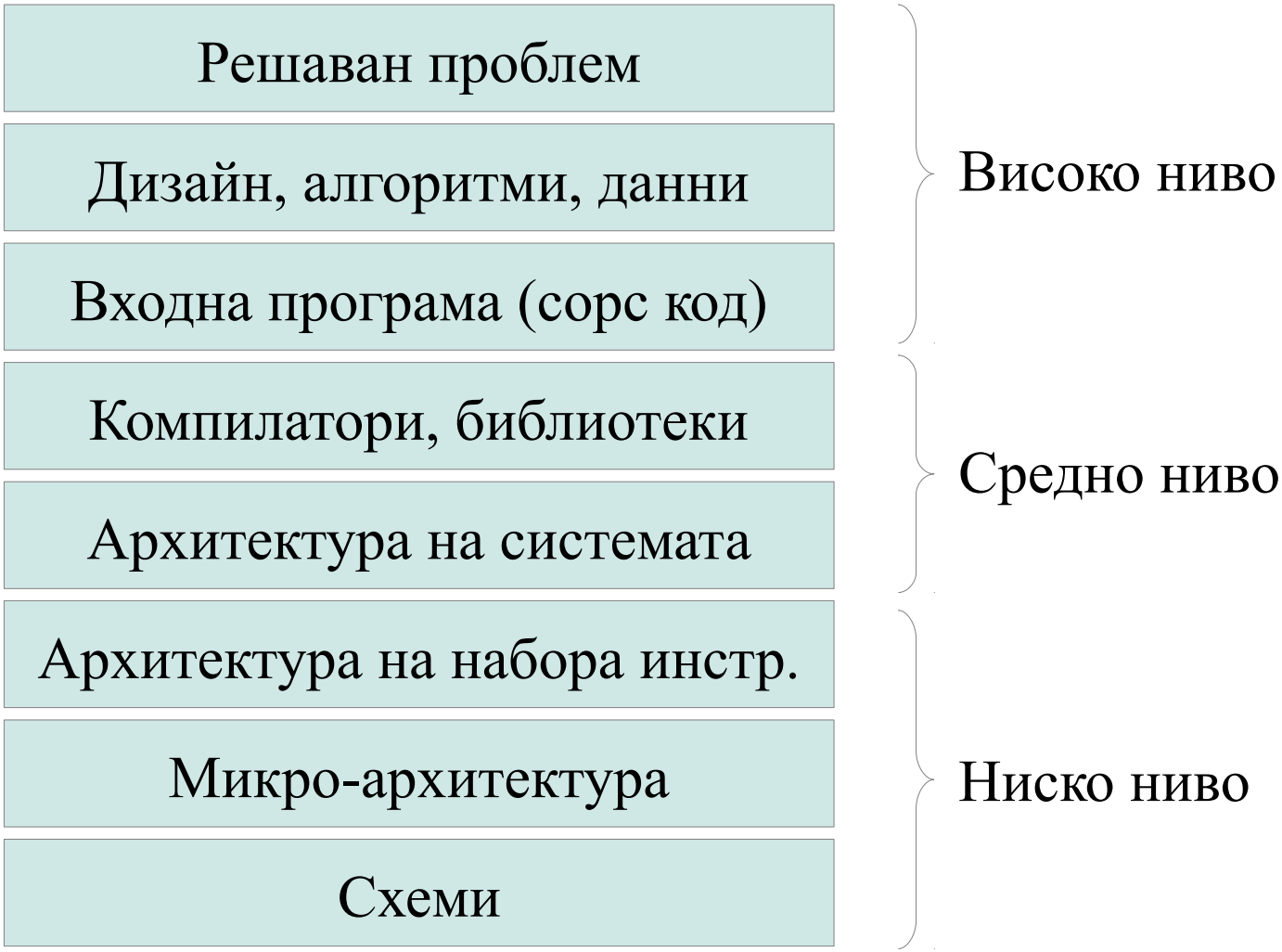
Съдържание

Решаване на проблеми в КИ

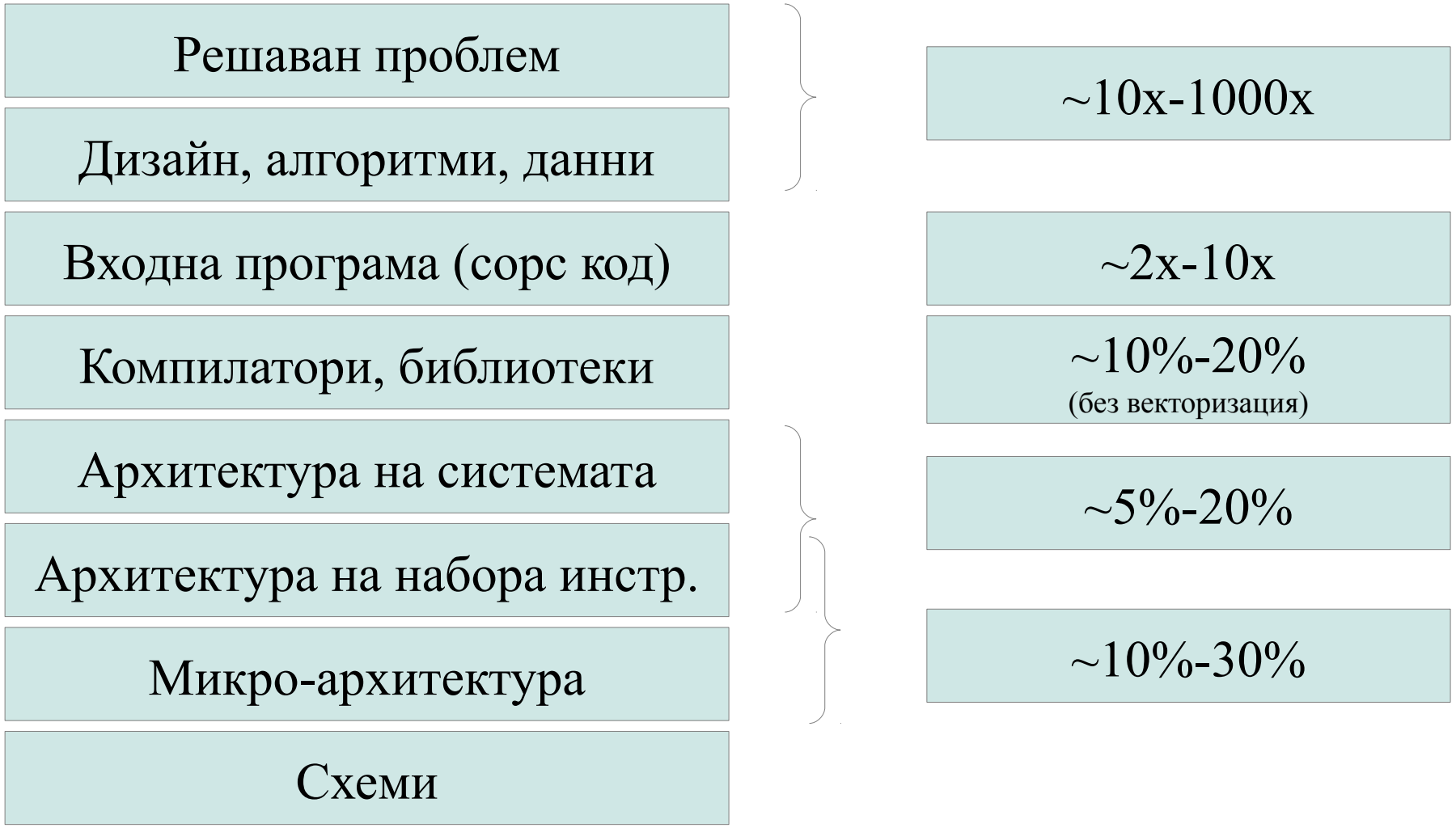
- Започваме с конкретен проблем от реалния живот, който трябва да се реши
  Например: умножение на 2 матрици NxN
- Създаваме програма на някакъв език за програмиране от високо ниво
  Например: C++, C#, Java, PHP и т.н
- Компилатор (или интерпретатор) преобразува кода, написан на високо ниво до машинен код
- Използваме външни библиотеки
- Сложен процесор със сложна архитектура и по-сложна микро-архитектура изпълнява кода

Много често нямаме дори идея колко (не)ефективен е процесът на транслация

Обща схема


Решаван проблем
Дизайн, алгоритми, данни
Входна програма (сорс код)
Компилатори, библиотеки
Архитектура на системата
Архитектура на набора инстр.
Микро-архитектура
Схеми
Високо ниво
Средно ниво
Ниско ниво

Възможности за оптимизация



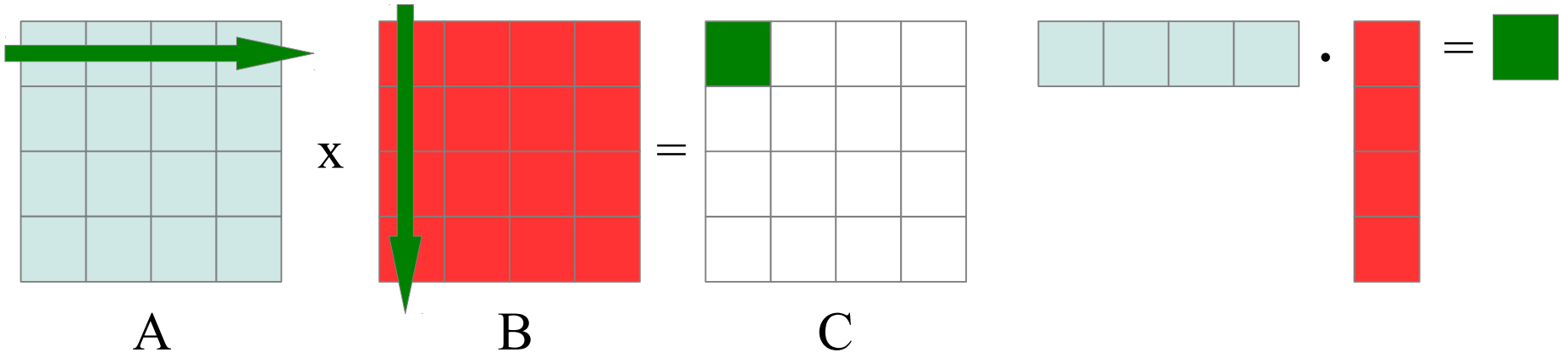
Възможности на оптимизация

Пример: Изучаване на възможностите за оптимизация на дадено приложение – Умножение на матрици

Умножение на матрици

Умножението на матрици е много често срещано в реалния свят

Например: В компютърната графика; В симулаторите; Във видео-кодирането;



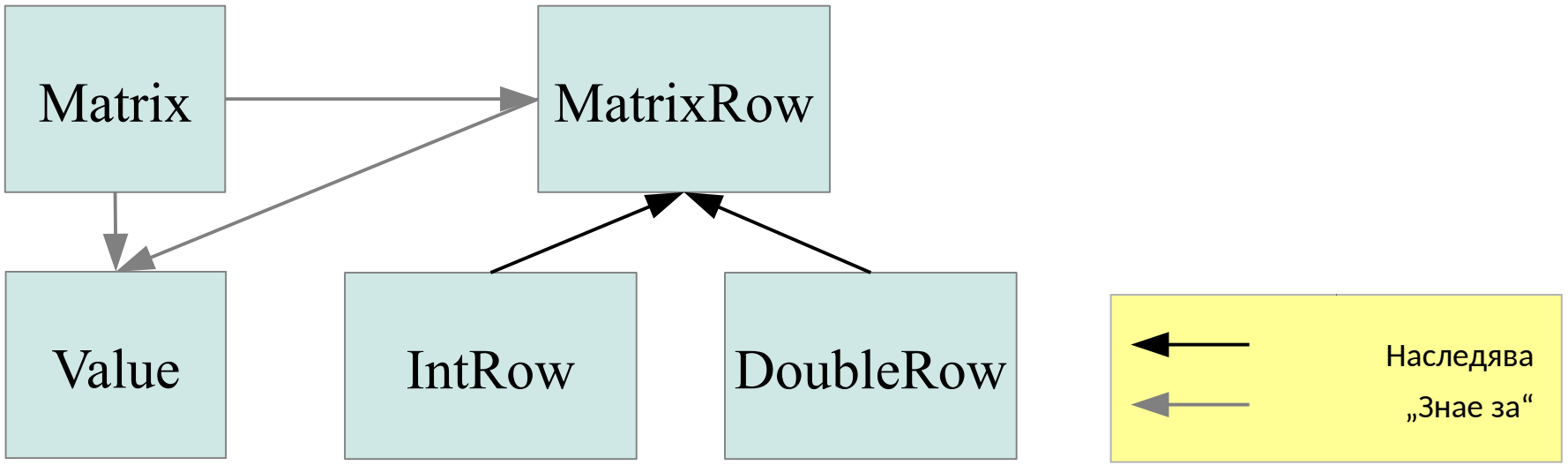

```
for i = 1 to n
  for j = 1 to n
    for k = 1 to n
      C(i,j) = C(i,j) + A(i,k) * B(k,j)
    end for
  end for
end for
```

Представяне на матриците

Бихме искали представянето на матрицата да:

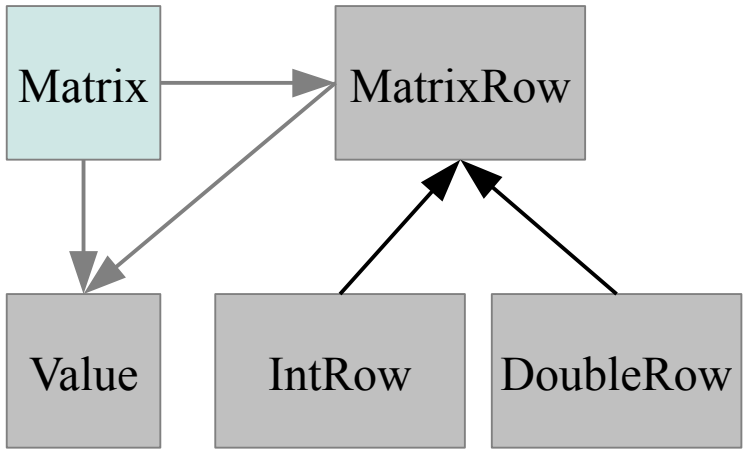
- Се реализира като се използва обектно ориентиран подход
- Се използват неизменими (immutable) обекти

  Незаменим обект е този, чийто състояние не може да бъде променено след като е обектът е създаден
- Представя цели числа и числа с плаваща запетая



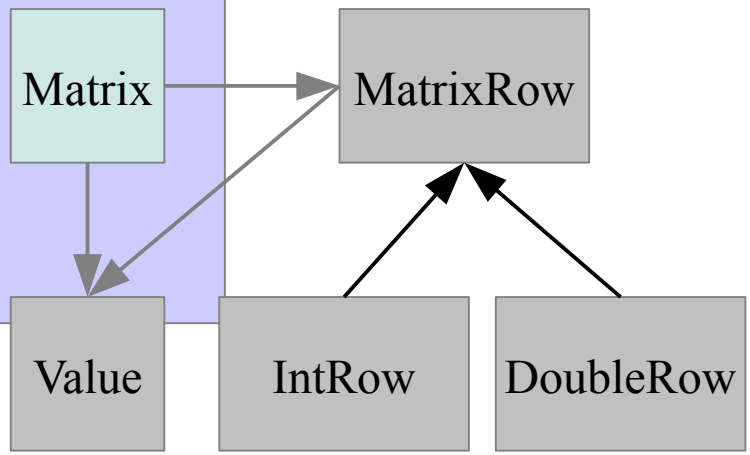
Реализация с неизменими обекти

```
public class Matrix {
  readonly MatrixRow[] rows;
  readonly int nRows, nColumns;
  readonly Type Ty;

  public Matrix(int rows, int cols, Type Typ) {
    Ty = Typ;
    nRows = rows;
    nColumns = cols;
    this.rows = new MatrixRow[nRows];
    for (int i = 0; i < nRows; i++) {
      if (Ty == typeof(int))
         this.rows[i] = new IntRow(this.nColumns);
      else
         this.rows[i] = new DoubleRow(this.nColumns);
      }
    }

...
```



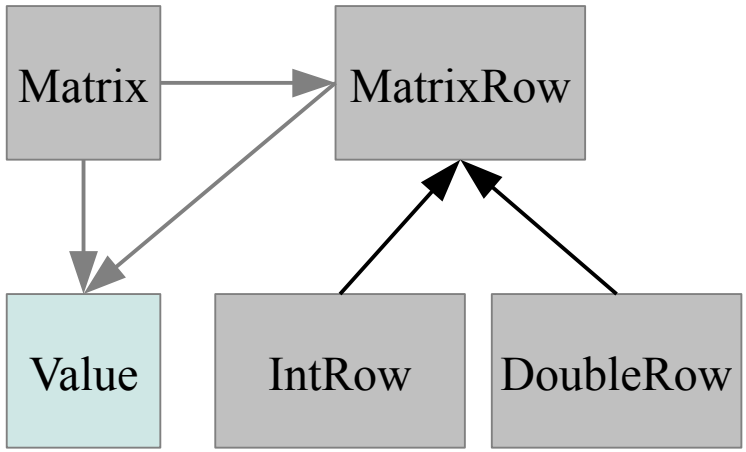
Реализация с неизменими обекти

```
...
  private Matrix(MatrixRow[] rows, Type Typ, int nRows, int nCols) {
    this.rows = rows;
    this.nRows = nRows;
    nColumns = nCols;
    Ty = Typ;
  }

  public Matrix update(int row, int col, Value val) {
    MatrixRow[] newRows = new MatrixRow[nRows];
    for(int i=0; i<nRows; i++)
      newRows[i] = (i == row) ? rows[i].update(col, val) : rows[i];
          return new Matrix(newRows, Ty, nRows, nColumns);
  }

  public Value get(int row, int col) {
    return rows[row].get(col);
  }
}
```



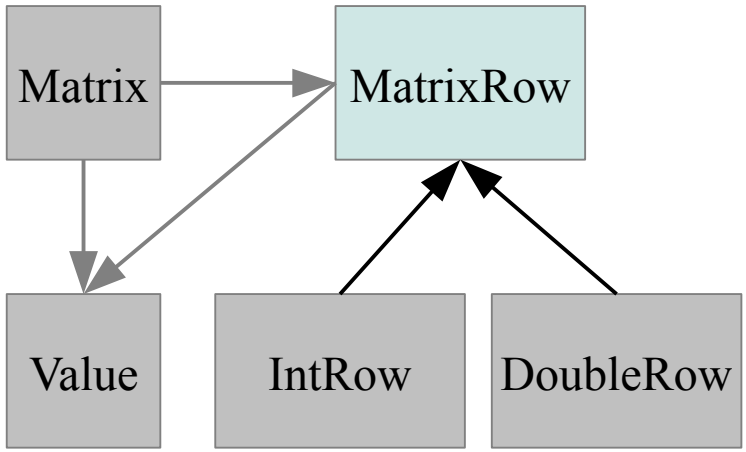
Реализация с неизменими обекти

```
public class Value {
  readonly Type Ty;
  readonly int iVal;
  readonly double dVal;

  public Value(double d) {
    Ty = typeof(double);
    dVal = d; iVal = 0;
  }

  public Value(int I) {
    Ty = typeof(int);
    dVal = 0; iVal = i;
  }

  public double getDouble() {
    if (Ty == typeof(double))
      return dVal;
    else
      throw new Exception();
  }

  public int getInt() {
    if (Ty == typeof(int))
      return iVal;
    else
      throw new Exception();
  }
}
```



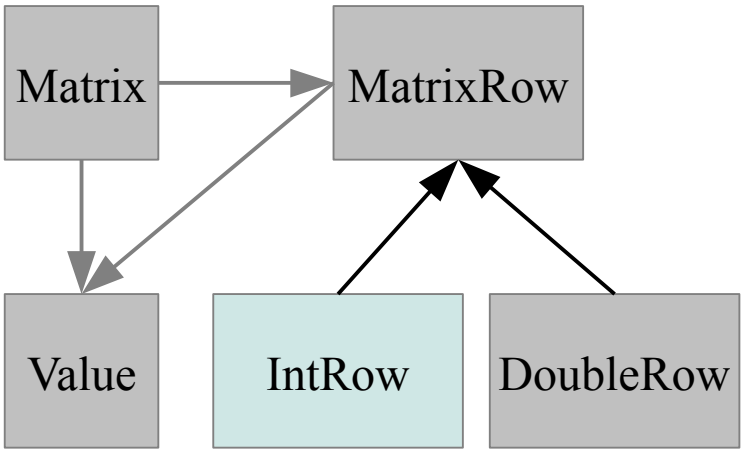
Реализация с неизменими обекти

```
public abstract class MatrixRow {
  public abstract Value get(int col);
  public abstract MatrixRow update(int col, Value val);
}
```



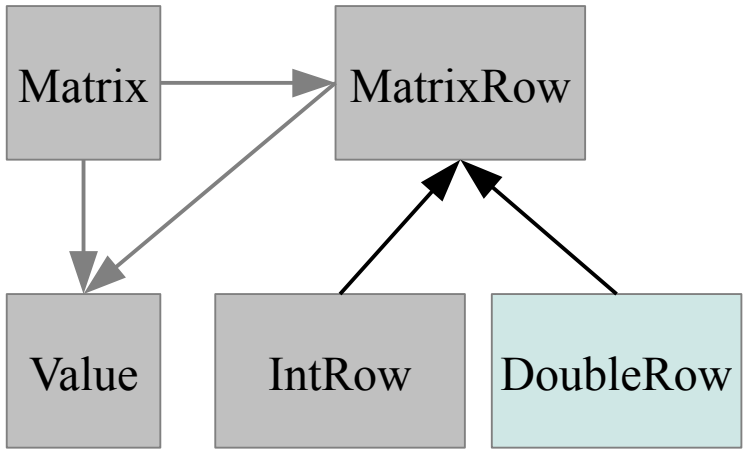
Реализация с неизменими обекти

```
public class IntRow : MatrixRow {
  readonly int[] theRow;
  public readonly int numColumns;

  public IntRow(int ncols) {
    numColumns = ncols;
    theRow = new int[ncols];
    for (int i = 0; i < ncols; i++)
      theRow[i] = new int();
    }

  private IntRow(int[] row, int cols) {
    theRow = row;
    numColumns = cols;
  }

  public override MatrixRow update(int col, Value v) {
    int[] row = new int[numColumns];
    for (int i = 0; i < numColumns; i++)
      row[i] = (i == col) ? (v.GetInt()) : theRow[i];
    return new IntRow(row, numColumns);
  }

  public override Value get(int col) {
    return new Value(theRow[col]);
  }
}
```



Реализация с неизменими обекти

```
public class DoubleRow : MatrixRow {
  readonly Double[] theRow;
  public readonly int numColumns;

  public DoubleRow(int ncols) {
    numColumns = ncols;
    theRow = new Double[ncols];
    for(int i=0; i < ncols; i++)
      theRow[i] = new Double();
  }

  private DoubleRow(Double[] row, int cols) {
    theRow = row;
    numColumns = cols;
  }

  public override MatrixRow update(int col, Value v) {
    Double[] row = new Double[numColumns];
    for (int i = 0; i < numColumns; i++)
      row[i] = (i == col) ? (v.getDouble()) : theRow[i];
    return new DoubleRow(row, numColumns);
  }

  public override Value get(int col) {
    return new Value(theRow[col]);
  }
}
```

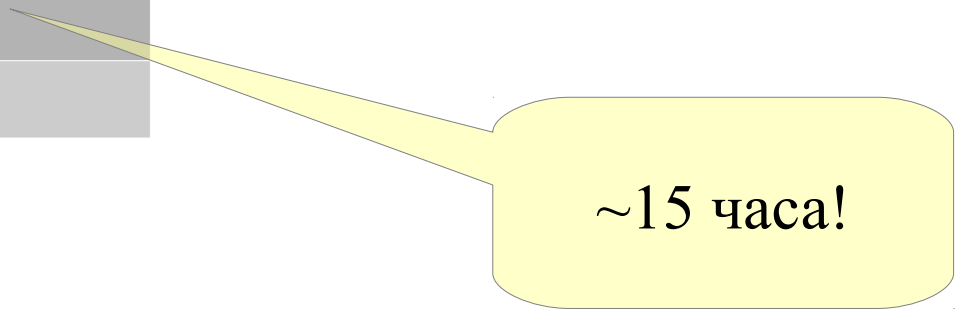


Реализация с неизменими обекти

```
public class MatrixMultiply {
  Matrix A = null;
  Matrix B = null;
  Matrix C = null;

  public double Multiply(int rA, int cA, int rB, int cB) {
    if (A == null || B == null || C == null) {
       A = new Matrix(rA, cA, typeof(double));
       B = new Matrix(rB, cB, typeof(double));
       C = new Matrix(rA, cB, typeof(double));
    }

    Stopwatch sw = new Stopwatch();
    sw.Start();

    for (int i = 0; i < rA; i++)
      for (int j = 0; j < cB; j++) {
        C = C.update(i, j, new Value(0.0));
        for (int k = 0; k < rB; k++)
          C = C.update(i, j, new Value(
            C.get(i, j).getDouble() + A.get(i, k).getDouble() * B.get(k, j).getDouble()));
      }
    }

   sw.Stop();
   Console.WriteLine(sw.Elapsed.ToString() + "s");
   return sw.ElapsedMilliseconds;
  }
}
```

Резултати при изпълнение

1024 x 1024	Immutable
ms	54 000 000



Дали производителността е задоволителна?

Резултати при изпълнение. Анализ

1024 x 1024	Immutable
ms	54 000 000

22 352 цикъла на операция!?

- 1024^3 = 1 073 741 824 итерации
  Имаме три вложени цикъла по размера на матриците
- 6 * 1 073 741 824 = 6 442 450 944 операции
  Всяка операция съдържа умножение, събиране, обновяване на три индекса и преход, т.е. 6 очаквани операции за итерация
- 1.19 * 10^5 операции в секунда
  Операции в секунда: 6 442 450 944 / 54 000 ~= 119 304
- Максимално възможни или 2.66 * 10^9 цикъла/секунда при 2.66 GHz
- 22 352 цикъла за операция
  Цикли на операция: 2.66 * 10^9 / 1.19 * 10^5 = 22 352

Можем ли по-добре? Как?

Профайлинг

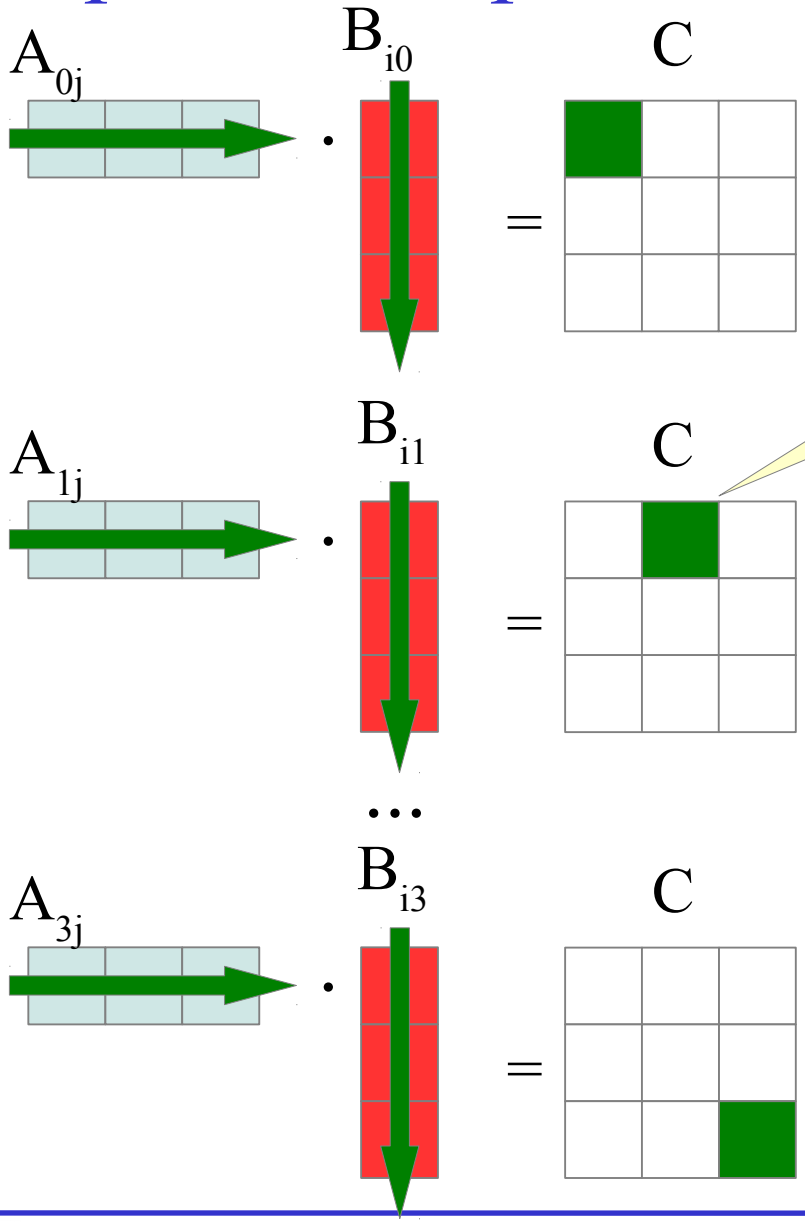
Дава възможност да се изследва изпълнението на програмата. Може да анализира:

- Къде се губи най-много време
  - В кой метод
  - На кой ред
- Представи много различна и полезна информация
  - Общо време загубено
  - Брой извиквания на функциите
  - И много други.

Данни от профайлинг на примера

Метод	Брой извиквания
MatrixMultiply.Multiply()	1
Matrix.update()	1 074 790 400
DoubleRow.update()	1 074 790 400
DoubleRow.DoubleRow()	1 074 790 400
DoubleRow.get()	3 221 225 472
Matrix.Matrix()	1 074 790 400
Matrix.get()	3 221 225 472
Value.Value()	4 296 015 872
Value.getDouble()	4 294 967 296

Проблеми при неизменимите обекти



Модифицирането на един елемент води до копиране на цялата матрица

N^3 копия на матрицата

Колкото е и броя на итерациите

При копиране на матрица има още N-1 други копия

Копира се редът, съдържащ променената стойност, като се копират всички стойности, които са непроменени и се добавя новата стойност

Копиране на обекти

Копирането е скъпо:

- Създаването на дубликати е скъпо
- Събирането на боклука от неизползваните обекти е скъпо
- Създава излишно много обекти, които заемат много памет

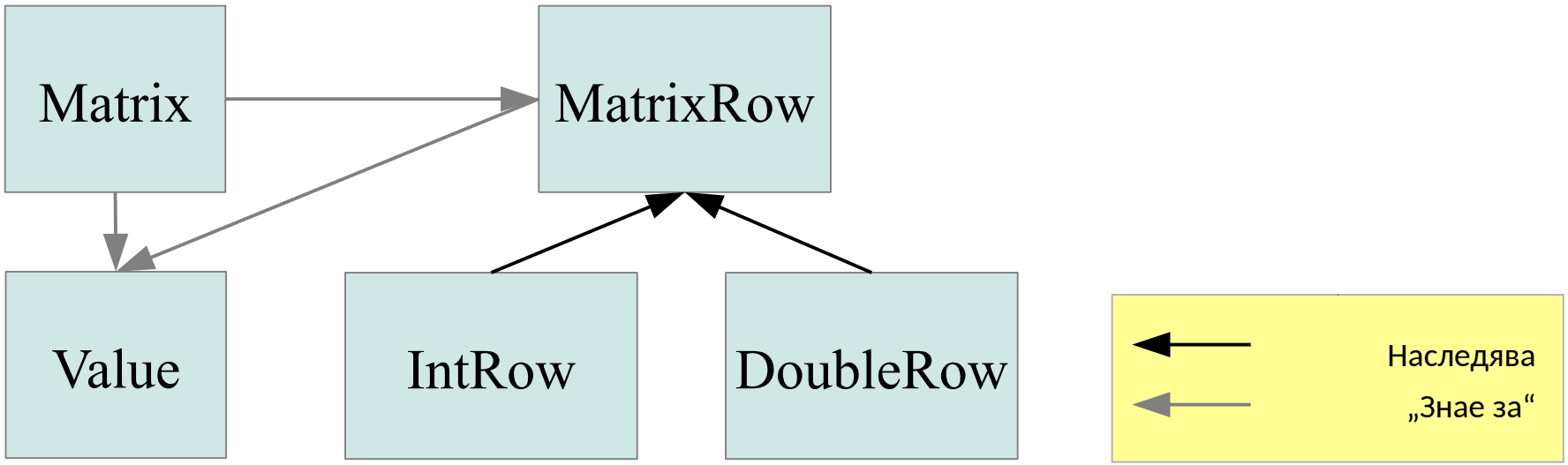
Можем ли по-добре? Как?

Представяне на матриците

Бихме искали представянето на матрицата да:

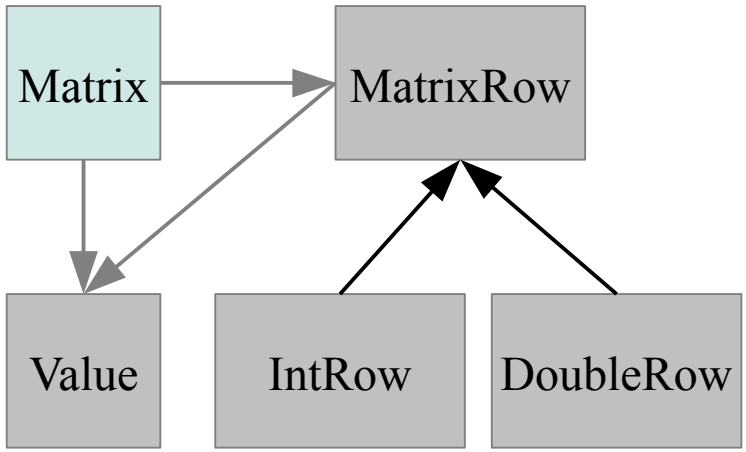
- Се реализира като се използва обектно ориентиран подход
- ~~Се използват неизменими (immutable) обекти~~

  ~~*Незаменим обект е този, чийто състояние не може да бъде променено след като е обектът е създаден*~~
- Представя цели числа и числа с плаваща запетая



Реализация с изменими обекти

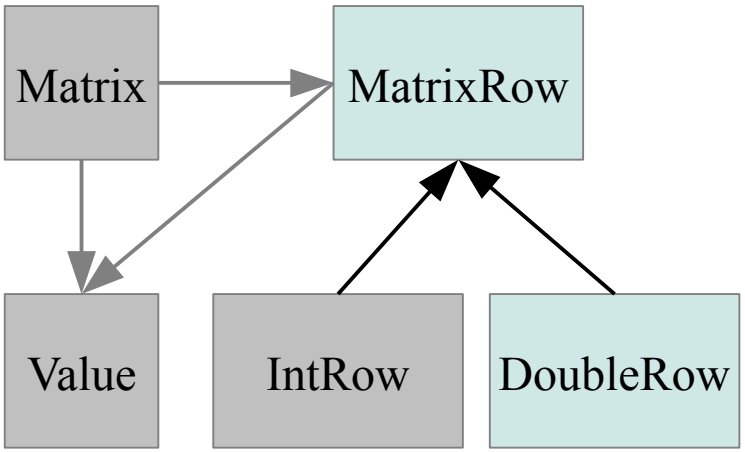
```
public class Matrix {
  readonly MatrixRow[] rows;
  readonly int nRows, nColumns;
  readonly Type Ty;

  public Matrix(int rows, int cols, Type Typ) {
    Ty = Typ; nRows = rows; nColumns = cols;
    this.rows = new MatrixRow[nRows];
    for (int i = 0; i < nRows; i++) {
      if (Ty == typeof(int))
        this.rows[i] = new IntRow(this.nColumns);
      else
        this.rows[i] = new DoubleRow(this.nColumns);
    }
  }

  private Matrix(MatrixRow[] rows, Type Typ,
                 int nRows, int nCols) {
    this.rows = rows; this.nRows = nRows;
    nColumns = nCols; Ty = Typ;
  }

  public void set(int row, int col, Value v) {
    rows[row].set(col, v);
  }

  public Value get(int row, int col) {
    return rows[row].get(col);
  }
}
```



Реализация с изменими обекти

```
public abstract class MatrixRow {
  public abstract Value get(int col);
  public abstract void set(int col, Value val);
}

public class DoubleRow : MatrixRow {
  Double[] theRow;
  public readonly int numColumns;

  public DoubleRow(int ncols) {
    numColumns = ncols;
    theRow = new Double[ncols];
  }

  public override void set(int col, Value val) {
    theRow[col] = val.getDouble();
  }

  public override Value get(int col) {
    return new Value(theRow[col]);
  }
}
```

Колко ще се подобри производителността?



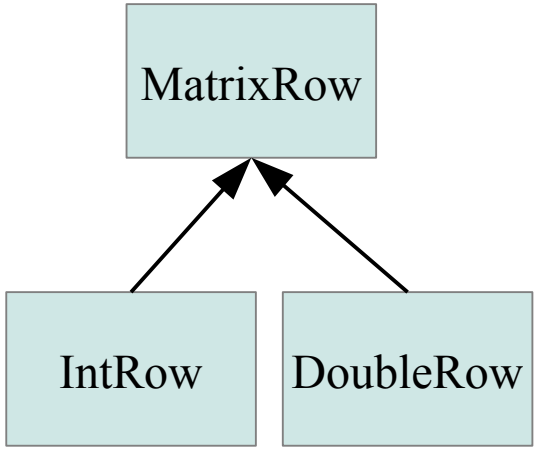
Резултати при изпълнение

1024 x 1024	Immutable	Mutable
ms	54 000 000	303 687
	118x	
Цикли/Операция	22 352	126

Данни от профайлинг на примера

Метод	Брой извиквания
MatrixMultiply.Multiply ()	1
Matrix.get()	3 221 225 472
DoubleRow.get()	3 221 225 472
Value.Value()	3 221 225 472
Matrix.set()	1 073 741 824
DoubleRow.set()	1 073 741 824
Value.getDouble()	$1.099511628 \times 10^{12}$

Проблеми при късното свързване



Виртуални извиквания:

- Множество наследници
  Кой метод да бъде извикан зависи от обекта
- Всяко извикване трябва да намери адреса на метода във виртуалната таблица на обекта
  Всеки обект, имащ виртуални методи, поддържа структура съдържаща адресите им
- Всяко извикване има индиректен преход
  Вместо да се посочи адреса на следващата инструкция, се посочва адресът, където тя се намира

Индиректни преходи

Скъпи за съвременния процесор. Той

- Има дълъг конвейер
  От 12 (Core 2 Duo) до 20 (Pentium 4) стъпки изпълняващи стотици микрооперации едновременно
- Извлича следващата инструкция преди да я изпълни (prefetching). Работи при:
  - Нормалните инструкции
  - Директни преходи
    Целевия адрес е известен и може да бъде предварително извлечен.
  - Условни преходи
    Използва се предсказване на прехода (branch prediction) и се извлича съответното разклонение
- Индиректни преходи – предварителното извличане не работи
  Целевия адрес е неизвестен и трябва да се изчака извличането му. Това води до мехурчета в конвейра (pipeline stalls)

Представяне на матриците

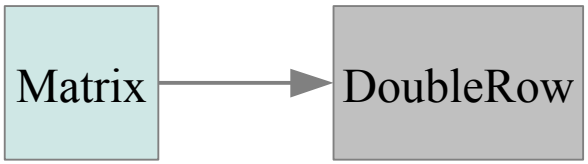
Бихме искали представянето на матрицата да:

- Се реализира като се използва обектно ориентиран подход
- ~~Се използват неизменими (immutable) обекти~~

  ~~*Незаменим обект е този, чийто състояние не може да бъде променено след като е обектът е създаден*~~
- Представя ~~цели числа и~~ числа с плаваща запетая

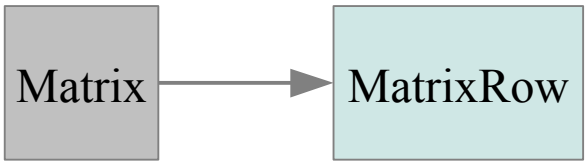
Реализация за числа с плаваща запетая

```
public class Matrix {
  readonly DoubleRow[] rows;
  readonly int nRows, nColumns;

  public Matrix(int rows, int cols) {
    nRows = rows; nColumns = cols;
    this.rows = new DoubleRow[nRows];
    for (int i = 0; i < nRows; i++)
        this.rows[i] = new DoubleRow(this.nColumns);
  }

  public void set(int row, int col, double v) {
    rows[row].set(col, v);
  }

  public double get(int row, int col) {
    return rows[row].get(col);
  }
}
```



Реализация за числа с плаваща запетая

```
public sealed class DoubleRow {
  Double[] theRow;
  public readonly int numColumns;

  public DoubleRow(int ncols) {
    numColumns = ncols;
    theRow = new Double[ncols];
  }

  public void set(int col, double val) {
    theRow[col] = val;
  }

  public double get(int col){
    return theRow[col];
  }
}
```



Колко ще се подобри производителността?

Резултати при изпълнение

1024 x 1024	Immutable	Mutable	Double Only
ms	54 000 000	303 687	40 000
	118x		
		7.6x	
	1350x		
Цикли/Операция	22 352	126	17

Данни от профайлинг на примера

Метод	Брой извиквания
MatrixMultiply.Multiply ()	1
DoubleMatrix.get()	3 221 225 472
DoubleRow.get()	3 221 225 472
DoubleMatrix.set()	1 073 741 824
DoubleRow.set()	1 073 741 824

Данни от профайлинга

Immutable

Метод	Брой извиквания
MatrixMultiply.Multiply ()	1
Matrix.update()	1 074 790 400
DoubleRow.update()	1 074 790 400
DoubleRow.DoubleRow()	1 074 790 400
DoubleRow.get()	3 221 225 472
Matrix.Matrix()	1 074 790 400
Matrix.get()	3 221 225 472
Value.Value()	4 296 015 872
Value.getDouble()	4 294 967 296

Mutable

Метод	Брой извиквания
MatrixMultiply.Multiply ()	1
Matrix.get()	3 221 225 472
DoubleRow.get()	3 221 225 472
Value.Value()	3 221 225 472
Matrix.set()	1 073 741 824
DoubleRow.set()	1 073 741 824
Value.getDouble()	$1.099511628 \times 10^{12}$

Double Only

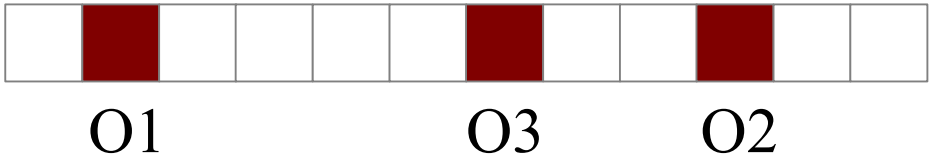
Метод	Брой извиквания
MatrixMultiply.Multiply ()	1
DoubleMatrix.get()	3 221 225 472
DoubleRow.get()	3 221 225 472
DoubleMatrix.set()	1 073 741 824
DoubleRow.set()	1 073 741 824

Проблеми при ОО подход

Фрагментация на паметта:

- Паметта за обектите се заделя непоследователно

  Два обекта, които се създават последователно могат да са на непоследователни адреси в паметта.



Извикванията на методи са бавни:

- Не могат да се приложат много оптимизации

  Не може да се оптимизира тялото на цикъла, заради извикването. Ако има виртуални извиквания не може да се използва предварителното зареждане на инструкции и т.н.

Представяне на матриците

Бихме искали представянето на матрицата да:

- ~~Се реализира като се използва обектно ориентиран подход~~
- ~~Се използват неизменими (immutable) обекти~~

  ~~*Незаменим обект е този, чийто състояние не може да бъде променено след като е обектът е създаден*~~
- Представя ~~цели числа и~~ числа с плаваща запетая

Реализация без ОО подход

```
A = new double[rA,cA];
B = new double[rB,cB];
C = new double[rA,cB];

Stopwatch sw = new Stopwatch();
sw.Start();

for (int i = 0; i < rA; i++) {
  for (int j = 0; j < cB; j++) {
    C[i,j] = 0;
    for (int k = 0; k < rB; k++)
      C[i,j] += A[i,k] * B[k,j];
  }
}

sw.Stop();
```

Резултати при изпълнение

1024 x 1024	Immutable	Mutable	Double Only	No OOP
ms	54 000 000	303 687	40 000	27 586
	118x			
		7.6x		
	1350x			
			1.4x	
	1958x			
Цикли/Операция	22 352	126	17	11

От .NET/Mono към C

.NET/Mono/Java

- Екстра проверки на границите
  Това не позволява проблеми от рода на buffer underflow/overflow
  - Проверка на индекс
    Например, при масиви се проверява дали индекса не излиза от границата на масива
  - Проверка на размера
    Например, има проверка дали се присвоява число по-голямо от това което типа позволява
- Бавно изпълнение на bytecode
  Тези езици използват хибридни компилатори, генериращи междинен, код който се интерпретира или компилира от JIT
  - Интерпретация е бавна по дефиниция
  - JIT компилацията не генерира оптимални инструкции
    Извършва се по време на стартиране и затова компилаторът не може да си позволи да прилага времеотнемащи оптимизации

От .NET/Mono към C

C

- Няма тези проблеми
- Компилаторите на Интел за C генерират директно асемблер (машинен код)

Реализация на C

```
double **A = 0;
double **B = 0;
double **C = 0;

double Multiply(const int rA, const int cA, const int rB, const int cB) {
  clock_t start,end;
  double dif;

  if (!A || !B || !C) {
    A = malloc(sizeof(double*)*rA);
    for (int i = 0; i < rA; i++)
      A[i] = (double *) malloc(sizeof(double)*cA);

    B = malloc(sizeof(double*)*rB);
      for (int i = 0; i < rB; i++)
        B[i] = (double *) malloc(sizeof(double)*cB);

    C = malloc(sizeof(double*)*rA);
      for (int i = 0; i < rA; i++)
        C[i] = (double *) malloc(sizeof(double)*cB);
  }

  ...
```

Реализация на C

```
  ...

  start = clock();

  for (int i=0; i < rA; i++)
    for (int j=0; j < cB; j++) {
      C[i][j] = 0.0;
      for (int k=0; k < rB; k++)
        C[i][j] += A[i][k] * B[k][j];
    }

  end = clock();
  dif = (end - start)/1000;

  printf("Time: %f ms\n", dif);
  return dif;
}
```

Резултати при изпълнение

1024 x 1024	Immutable	Mutable	Double Only	No OOP	In C
ms	54 000 000	303 687	40 000	27 586	5 360
	118x				
		7.6x			
	1350x				
				5.14x	
	1958x				
	10075x				
Ц/Оп	22 352	126	17	11	2.2

Профайлинг с броячи на произв.

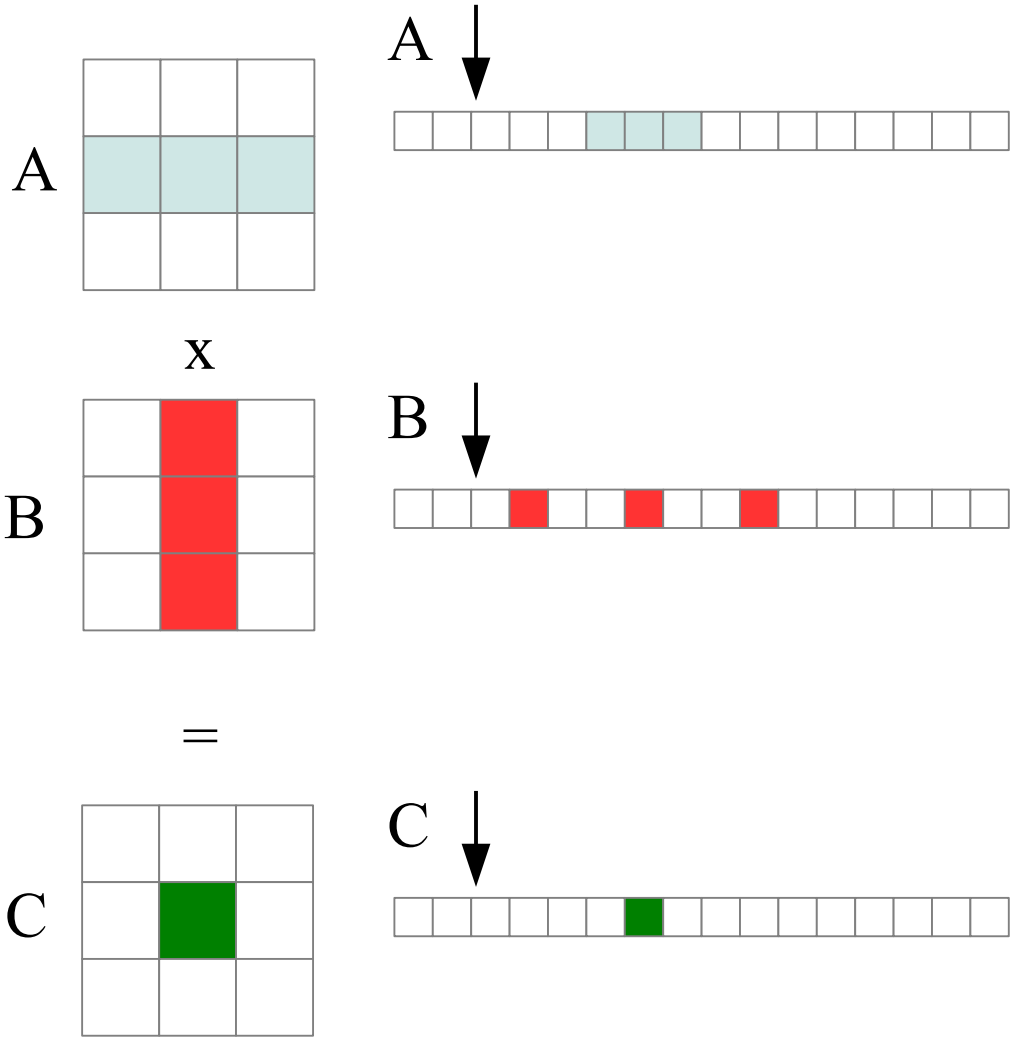
Модерният хардуер може да брои „събития“

- Много повече информация отколкото брой извиквания и време на изпълнение

Измерва:

- Цикли на инструкция (CPI – Clock cycles per instruction)
  Измерва дали инструкциите са поставени в режим на изчакване (stalling)
- Пропуски в кеша от L1 или L2
  Измерва дали достъпът до данни или инструкции се извършва в кеша
- Инструкции завършили работа
- Много други

Проблеми с представянето на матрицата



Последователният достъп е за предпочитане:

- Извлича се цял ред в кеша (64 bits L2 Cache line)
- С една операция се извличат до 8 числа от тип double

Предварителна подготовка на данните

При умножението на матрици

- N^3 изчисления
- N^2 данни

Може така да се подготвят данните преди изчисленията, че:

- N^2 изчисления върху N^2 данни
- Това може да накара алгоритъма да работи по-бързо.

Матрицата по-принцип няма добро поведение на кеша.
Добре е да се транспонира:

- N^2 операции
- Основният цикъл за умножение ще работи по-бързо. Защо?

Реализация на C. Транспониране

```
#define IND(A, i, j, cols) A[(i)*(cols)+(j)]

double *A = 0; double *B = 0; double *Bx = 0; double *C = 0;

double Multiply(const int rA, const int cA, const int rB, const int cB)
  if (!A || !B || !Bx || !C) {
    A = (double *) malloc(sizeof(double)*rA*cA);
    B = (double *) malloc(sizeof(double)*rB*cB);
    Bx = (double *) malloc(sizeof(double)*cB*rB);
    C = (double *) malloc(sizeof(double)*rA*cB);
  }

  for (int i = 0; i < rB; i++)
    for (int j = 0; j < cB; j++) {
      IND(Bx, j, i, rB) = IND(B, i, j, cB);
    }

  for (int i = 0; i < rA; i++)
    for (int j = 0; j < cB; j++)
      for (int k = 0; k < rB; k++)
        IND(C, i, j, cB) += IND(A, i, k, cA) * IND(Bx, j, k, rB);
}
```

Резултати при изпълнение

1024 x 1024	Immutable	Mutable	Double Only	No OOP	In C	Transposed
ms	54 000 000	303 687	40 000	27 586	5 360	2 450
	118x					
		7.6x				
	1350x					
			1.4x			
	1958x					
	10075x					
	22041x					
Ц/Оп	22 352	126	17	11	2.2	1.01

Памет в компютърната система

Основния проблем:

- Малък обем памет – бърз достъп
- Голям обем памет – бавен достъп
- Как програмата може да използва много памет и да има бърз достъп до нея?

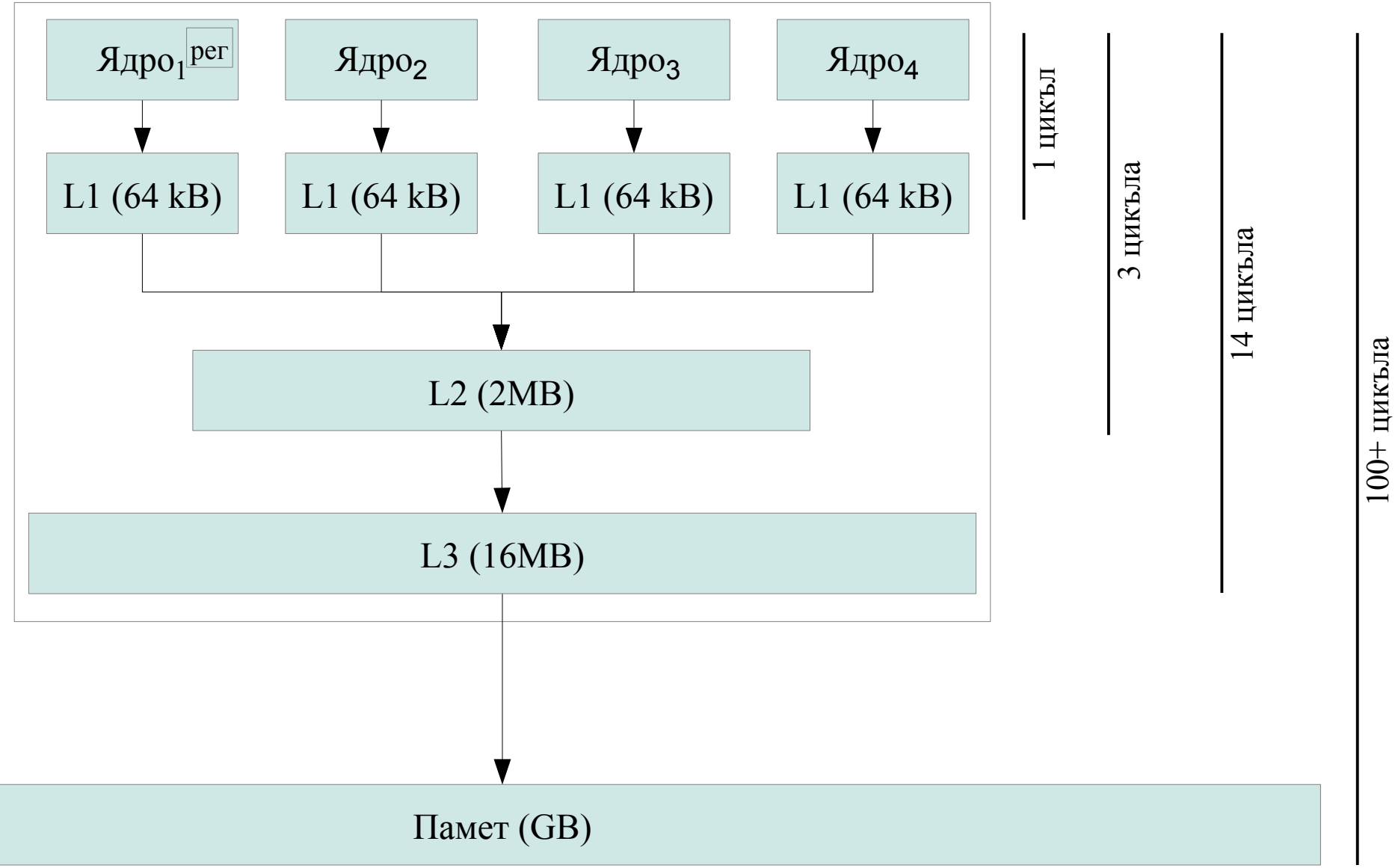
Йерархия на паметта

Задача на кеш системата:

- Да съхранява най-често и най-вероятно използваните стойности в памет с много ниски времена на достъп
- Хардуерни евристики определят какво и кога да бъде включено в кеш системата

Какво става, ако начинът на достъп в програмата се различава от хардуерната евристика?

Йерархия на паметта



Преизползване на данните в кеша

- Изчисленията могат да бъдат променени така че да намалят броя на зарежданията в кеша
- Изчисляване на ред (1024 стойности)
- Изчисляване на крайната стойност на блокове (например с размер 128x128)

Промяна на програмата

Има много различни начини да се получи същия резултат:

- Промяна на реда на изпълнение
- Промяна на алгоритъма
- Промяна на структурите от данни

Някой промени могат да влияят върху резултата:

- Избиране на различен но еквивалентен отговор
- Променяне на реда на операциите
  - $(a + b) + c \neq a + (b + c)$
- Загуба на прецизност

Реализация на C. Умножение на блокове

```
#define IND(A, i, j, cols) A[(i)*(cols)+(j)]
int min(int a, int b) { return a<b ? a : b; }
double *A = 0; double *B = 0; double *C = 0;

double Multiply(const int rA, const int cA, const int rB, const int cB) {
  int block_x = 128;
  int block_y = 128;

  If (!A || !B || !C) {
    A = (double *) malloc(sizeof(double)*rA*cA);
    B = (double *) malloc(sizeof(double)*rB*cB);
    C = (double *) malloc(sizeof(double)*rA*cB);
  }

  for (int i = 0; i < rA; i++)
    for (int j = 0; j < cB; j++)
      IND(C, i, j, cB) = 0.0;

  for (int j2 = 0; j2 < cB; j2 += block_x)
    for (int k2 = 0; k2 < cA; k2 += block_y)
      for (int i = 0; i < rA; i++)
        for (int j = j2; j < min(j2 + block_x, cB); j++)
          for (int k = k2; k < min2 = min(k2 + block_y, cA); k++)
            IND(C,i,j,cB) += IND(A,i,k,cA) * IND(B,k,j,cB);
}
```

Резултати при изпълнение

1024x1024	Immutable	Mutable	Double Only	No OOP	In C	Transposed	Tiled
ms	54 000 000	303 687	40 000	27 586	5 360	2 450	740
	118x						
		7.6x					
	1350x						
			1.4x				
	1958x						
	10075x						
	22041x						
	72973x						
CPI(Ц/Оп)	22 352	126	17	11	2.2	1.01	0.31

Оптимизация на ниво инструкции

Модерните процесори имат много трикове, подобряващи производителността

- Instruction Level Parallelism
  Представлява мярка доколко операциите в програмата могат да се изпълняват едновременно
- Single Instruction Multiple Data
  SSE (Streaming SIMD Extensions) е набор SIMD инструкции, разширяващи x86 архитектурата.
- Йерархия на кеш паметта
- Предварително извличане на данни

Оптимизация на ниво инструкции

Компилаторите могат да се възползват от тези особености на архитектурата

- В много от тях изрично трябва да се зададе опция за векторизация
- Възможно е да се използват специални конструкции

  Използват се #pragma, подсказваща къде да се векторизира
- Възможно е да се използва допълнителна диагностика за анализ на проблемите с векторизацията

  В компилаторите има подсистеми подпомагащи писането на векторен код

Реализация на C. Векторизиране

```
#define IND(A, i, j, cols) A[(i)*(cols)+(j)]
#define N 1024
#define BLOCK_X 128
#define BLOCK_Y 1024

double *A = 0; double *B = 0; double *Bx = 0; double *C = 0;

double Multiply() {
  A = (double *) malloc(sizeof(double)*N*N);
  B = (double *) malloc(sizeof(double)*N*N);
  Bx = (double *) malloc(sizeof(double)*N*N);
  C = (double *) malloc(sizeof(double)*N*N);

  for (int i = 0; i < N; i++)
    for (int j = 0; j < N; j++)
      IND(Bx, j, i, N) = IND(B, i, j, N);
  for (int j2 = 0; j2 < N; j2 += BLOCK_X)
    for (int k2 = 0; k2 < N; k2 += BLOCK_Y)
      for (int i = 0; i < N; i++)
        for (int j = 0; j < BLOCK_X; j++) {
          IND(C,i,j+j2,N) = 0.0;
          for (int k = 0; k < N; k++)
            IND(C,i,j+j2,N) += IND(A,i,k+k2,N) * IND(Bx,j+j2,k+k2,N);
        }
}
```

Равносметка

Постигнати ускорения:

- Във високото ниво ~1900 пъти
- В средното ниво ~7 пъти
- В ниското ниво ~6 пъти

- Общо **80 000 пъти !!!**